

Analysis

Die Inhalte zu dem Verzeichnis für LibreOffice werden nach und nach eigearbeitet

| Seite | | | |
|-------|------|---|----------------------|
| 1 | 0 | Vorbemerkungen | |
| 1 | 0.0 | Abkürzungen, Vorbemerkungen, Beweismethoden | |
| | | Direkter Beweis | |
| 2 | | Indirekter Beweis, Widerspruchsbeweis | |
| 3 | 0.1 | Mengen | |
| | | Definition, gleiche Mengen, leere-, Teilmengen | |
| 4 | | Vereinigung, Schnitt, Differenz, disjunkte | |
| 5 | | Komplement, Potenzmenge, kartesisches Produkt | |
| 8 | | Rechenregeln, Folgerungen | |
| | | | 10 System von Mengen |
| 100 | 0.2 | Relationen, Funktionen | |
| | | Definition Relation, Äquivalenzrelation, | |
| | | Äquivalenzklassen | |
| 103 | | Partition | |
| 106 | | Funktion, Definitionsbereich, Wertebereich, Urbild | |
| 108 | | Eigenschaften von Bild und Urbild einer Funktion f | |
| 200 | 0.2f | Injektive, surjektive, bijektive Abbildungen | |
| 202 | | Verkettete Abbildungen | |
| 203 | | Identische Abbildungen | |
| 300 | 1 | Axiomatische Einführung der reellen und komplexen Zahlen | |
| 300 | 1.1 | Definition Gruppe, Körper, Körperaxiome | |
| 301 | | Verknüpfung, Verknüpfungsgebilde | |
| 302 | | Definition Gruppe | |
| 303 | | Untergruppe | |
| 304 | | abelsche Gruppe | |
| 306 | | Halbgruppe, Ring, Körper | |
| 312 | | Abgeleitete Rechenregeln (RR) in \mathbf{K} | |
| 400 | 1.2 | Die Anordnungsaxiome | |
| 400 | | Abgeleitete Rechenregeln in einem angeordneten Körper (RR<) | |
| 405 | | Maximum, Minimum | |
| 407 | | Absolutbetrag | |
| 408 | | Dreiecksungleichung | |
| 412 | | Vorzeichen | |
| 500 | 1.3 | Das Vollständigkeitsaxiom und die Definition der reellen Zahlen | |

| | | |
|------|------|--|
| 500 | | Schranken, Supremum, Infimum |
| 505 | | Definition vollständiger Körper |
| 506 | | Definition Intervalle, Dedekindsche Schnitte |
| 515 | | Quadratwurzel |
| 600 | 1.4 | Funktionsräume, gerade/ungerade Funktionen, monotone Funktionen |
| 600 | | Beschränkte Funktion |
| 601 | | Definition monotone Funktionen |
| 700 | 1.5 | Die natürlichen Zahlen und das Prinzip der vollständigen Induktion |
| 700 | | Definition Induktive Mengen, natürliche Zahlen |
| 702 | | Vollständigen Induktion |
| 703 | | Rechenregeln in \mathbb{N} |
| 705 | | Vollständige Induktion 2. Fassung |
| 707 | | Archimedisches Prinzip Wohlordnungssatz |
| 711 | | Summen, Produkte |
| 718 | | Ungleichung von Bernoulli |
| 750 | 1.5f | P15f |
| 750 | | Abzählbare... Mengen Teilmengen abzählbarer Mengen |
| 751 | | Abzählbares kartesisches Produkt |
| 752 | | Abzählbarkeit rationaler Zahlen |
| 758 | | Maximum und Minimum zu Mengen |
| 758 | | Ganze, rationale, irrationale Zahlen |
| 760 | | $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ sind abzählbar, \mathbb{R} und $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ sind überabzählbar |
| 759 | | Das größte Ganze |
| 764 | | Division mit Rest |
| 764 | | g -Adische Zahlendarstellung |
| 766 | | Intervalle, Intervallschachtelungsprozess |
| 800 | 1.6 | Die komplexen Zahlen |
| 801 | | Eigenschaften der komplexen Zahlen |
| 803 | | Potenz komplexer Zahlen |
| 900 | 1.7 | Einige Identitäten, Ungleichungen und Definitionen |
| 901 | | Teleskopsumme |
| 904 | | Endliche geometrische Reihe Abelsche partielle Summation |
| 906 | | Fakultät, Binominalkoeffizient |
| 906 | | Identitäten zu Binominalkoeffizienten |
| 908 | | Binominalsatz |
| 1000 | 1.8 | Arithmetisches und geometrisches Mittel |
| 1000 | | AGM Ungleichung |

| | | |
|------|------|---|
| 1100 | 1.9 | Polynome, Nullstellen, grad, rationale Funktionen |
| 1103 | | Nullstellen |
| 1106 | | Divisionssatz |
| 1107 | | Identitätssatz für Polynome |
| 1150 | 1.9f | |
| 1150 | | Cauchy-Schwarz Ungleichung |
| 1151 | | Lagrange Identität |
| 1152 | | Cauchy Produkt von Polynomen |
| 1152 | | Minkovsky Ungleichung, Interpolation mit Polynomen |
| 1153 | | Hauptsatz der Polynominterpolation |
| 1153 | | Lagrange Darstellung des Interpolationspolynoms |
| 1153 | | Interpolationspolynom Newtonsche Darstellung |
| 1155 | | Wurzelfunktion |
| 1157 | | n-te Wurzelfunktion |
| 1200 | 2 | Kapitel Konvergenz von Folgen und Reihen |
| 1200 | 2.1 | Konvergenz und Grenzwert |
| 1209 | | Beschränkte Folge |
| 1210 | | Nullfolgen |
| 1250 | 2.1f | Cauchyfolge |
| 1250 | | Eigenschaften konvergenter Folgen |
| 1255 | | Vergleiche von Folgen |
| 1300 | 2.2 | Reelle, insbesondere monotone Folgen |
| | | Monotone Folgen, Definition Teilfolge, Umordnung, triviale Abänderung |
| 1301 | | Monotone Konvergenz |
| | | Konvergenz von Teilfolgen, Umordnungen und trivialen Abänderungen konvergenter Folgen |
| 1307 | | monotone Teilfolge |
| 1308 | | Bolzano Weierstraß (BW) |
| 1308 | | Konvergenzkriterium von Cauchy |
| 1309 | | Uneigentliche Konvergenz |
| 1315 | | Division durch Multiplikation und Addition |
| 1315 | | Wurzelziehen durch Division und Multiplikation und Addition |
| 1400 | 2.3 | Exponential-, Logarithmus- und Potenzfunktionen |
| | | bis 1403 verschiedene Sätze |
| 1403 | | Intervallschachtelung für e |
| | | Exponentialfunktion Beschränkung |
| 1404 | | Exponentialfunktion komplex |
| 1408 | | e: Eulersche Zahl, |
| | | reelle-, komplexe Exponentialfunktion |
| 1409 | | Eigenschaften Exponentialfunktion |

- 1450 2.3f
- 1451 $\exp: \mathbf{R} \rightarrow (0, \infty)$ ist bijektiv
- 1452 natürliche Exponentialfunktion mit Basis e
Umkehrfunktion $\log(0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$
natürlicher Logarithmus bzw Logarithmus zur Basis e
- 1453 Eigenschaften des Logarithmus
- 1455 Potenz zur Basis a mit Exponenten b
- 1456 allgemeine Exponentialfunktion, Logarithmusfunktion
allgemeine Potenzfunktion
- 1456 Eigenschaften dieser Funktionen
- 1460 Wichtige Grenzwerte
-
- 1500 2.4 Häufungswerte (HW) von Zahlenfolgen
Häufungspunkte (HP) von Mengen
- 1502 Bolzano Weierstrass (BW)
- 1504 Cauchyfolge
- 1505 $\min H, \max H.$
- 1507 limes superior, limes inferior
- 1509 Beschränkte, konvergente Folgen und Häufungswert
-
- 1550 2.5 Doppelfolgen
- 1550 konvergente
- 1550 Cauchysches Konvergenzkriterium
- 1551 Iterierter Limes
- 1552 Gleichmäßige Konvergenz
-
- 1600 3 Unendliche Reihen
- 3.1 Definition unendliche Reihen, nte Partialsumme
Konvergenz
- 1602 Konvergenz/Divergenz der geometrischen Reihe
Rechenregeln für unendliche Reihen
- 1605 Teleskopreihe
- 1606 alternierende Reihe
- 1607 Leibniz Kriterium
-
- 1700 3.2 Reihen mit nicht-negativen Gliedern,
absolut konvergente Reihen sind konvergent
- 1701 Majorantenkriterium, Minorantenkriterium
- 1702 Wurzelkriterium
- 1704 Quotientenkriterium
- 1717 Cauchy-Schwarz-Ungleichung
- 1719 Verdichtungssatz von Cauchy
-
- 1750 3.2f Umordnung, unbedingt-, bedingt konvergent
- 1753 Riemannscher Umordnungssatz
- 1756 Absolute Konvergenz_unbedingte Konvergenz

| | | |
|------|-------|--|
| 1765 | 3.2ff | Def Doppelreihen, Doppelreihensatz |
| 1769 | | Cauchyscher Doppelreihensatz |
| 1779 | | Großer Umordnungssatz |
| 1781 | | Vertauschung von Grenzwerten |
| 1782 | | Expotentialfunktion, |
| 1783 | | Expotentialreihe |
| 1784 | | Reihen-Cauchy-Produkt |
| 1784 | | Cauchy-Produktsatz |
| | | |
| 1800 | 3.3 | Dual- und Dezimalzahlen |
| 1801 | | g-adische Zahldarstellung reeller Zahlen |
| 1803 | | g-adische Entwicklung |
| 1805 | | periodische Entwicklung \mathbb{Q} |
| | | |
| 1900 | 3.4 | Abelsche partielle Summation, Dirichlet-Kriterium |
| 1901 | | Konvergenzkriterium von Du Bois-Reymond |
| 1902 | | Konvergenzkriterium nach Dedekind |
| | | |
| 2000 | 3.5 | Potenzreihen |
| 2001 | | Konvergenzradius, Berechnung mit Wurzel |
| 2004 | | Gleichmäßige Konvergenz von Potenzreihen |
| | | |
| 2100 | 3.6 | Spezielle Potenzreihen und Funktionen |
| | | Eigenschaften der komplexen Expotentialfunktion |
| 2102 | | Einheitskreis, Bogenmasswinkel |
| 2103 | | Umfang Einheitskreis, Zusammenhang Expotentialfkt |
| 2104 | | Definition hyperbolische Funktionen |
| 2105 | | Eigenschaften hyperbilische Funktionen |
| 2104 | | Definitionen \sin , \cos |
| 2107 | | Eigenschaften der trigonometrischen Funktionen |
| | | |
| 2200 | 4 | Funktionsgrenzwerte und stetige Funktionen |
| 2200 | 4.1 | Topologische Begriffe |
| | | Umgebung, Menge aller inneren Punkte, offener Kern von M , offene Menge |
| 2201 | | Häufungspunkt, abgeschlossene Hülle von M Kompakte Menge, Randpunkt, isolierter Punkt, uneigentlicher HP von M |
| 2203 | | Vereinigung aller offenen Teilmengen von M |
| 2205 | | Durchschnitt aller geschlossenen Obermengen von M |

| | | |
|------|-------|--|
| 2300 | 4.2 | Funktionsgrenzwerte, Konvergenz Funktionenfolgen |
| 2300 | | Definitionen Konvergenz von Funktionen |
| 2302 | | dto für Körperelemente |
| 2303 | | Monotone Funktion |
| 2304 | | beschränkte Funktion |
| 2304 | | Funktionen Konvergenz Folgenkriterium |
| 2307 | | Funktionen Konvergenz Cauchykritierium |
| 2310 | | Funktionen Konvergenz Grenzwertregeln |
| 2320 | | Grenzwert monotoner & beschränkter Funktionen |
| 2350 | 4.2f | Funktionenfolgen, |
| | | punktweise-, gleichmäßige Konvergenz |
| 2355 | | Funktionenreihen |
| | | punktweise-, gleichmäßige Konvergenz |
| 2356 | | Funktionenfolge Cauchykritierium |
| 2356 | | Funktionenreihen Cauchykritierium |
| 2361 | | Majorantenkritierium zu Funktionenreihen |
| 2400 | 4.3 | Stetige Funktionen |
| 2401 | | ...komplexe Mengen |
| 2408 | | Exponential-, trigonom.-, hyperb. Funktionen |
| 2409 | | Folgenstetigkeit |
| 2409 | | Rechenregeln für Stetigkeit |
| 2450 | 4.3f | Stetigkeit Potenzreihen |
| 2455 | | Identitätssatz für Potenzreihen |
| 2455 | | Eindeutigkeitssatz für Potenzreihen |
| 2459 | | Fibonnacizahlen |
| 2500 | 4.4 | Hauptsätze über stetige Funktionen |
| 2500 | | Zwischenwertsatz zu stetigen Funktionen |
| 2501 | | Nullstellen |
| 2530 | 4.4f | Umkehrfunktion und Stetigkeit |
| 2532 | | sin cos Werte zwischen 0 und $2, \pi$ |
| 2534 | | cos, kleinste positive Nullstelle |
| 2535 | | Definition Pi |
| 2537 | | Periodizitäten und Idenditäten der |
| | | trigonometrischen Funktionen |
| 2540 | | Umkehrfunktionen zu sin, cos, ... |
| 2541 | | Parametrisierung des Einheitskreises in C |
| 2544 | | Definition Logarithmus |
| 2560 | 4.4ff | Globale Extrema |
| 2563 | | Gleichmäßige Stetigkeit |
| 2564 | | Gleichmäßige Stetigkeit von f |
| 2565 | | Beschränktheit f(M) |

- 2600 4.5 Punktweise/gleichmäßige Konvergenz von
Funktionenfolgen und -Reihen
- 2602 Cauchy Kriterium Funktionenfolgen und -Reihen
- 2604 Majorantenkriterium
- 2609 Gleichmäßige Konvergenz und Stetigkeit
- 2700 5 Differentialrechnung
- 2702 5.1 Der Begriff der Ableitung, höhere Ableitungen
stetig differenzierbar
- 2704 Differenzierbarkeit
- 2707 Differenzieren Potenzreihen, Konvergenzradius
differenzierte Reihe
- 2711 Exponential-, trigonometrische-, hyperbolische
Funktionen sind differenzierbar
- 2750 5.1f Differentiationsregeln
- 2755 Folgerungen,
Ableitungen:
rationale Funktionen, trigonometrische,
hyperbolische Funktionen, Logarithmus, $(ax)'$,
 $(\operatorname{Arcsinh} x)'$, $(\operatorname{Arccosh} x)'$
- 2757 Produktregel für höhere Ableitungen
- 2800 5.2 Extrema, Mittelwertsätze der Differentialrechnung
- 2800 notwendige Bedingung für lokale Extrema
- 2802 Satz von Rolle
- 2803 Mittelwertsatz der Differentialrechnung
- 2804 Erweiterter Mittelwertsatz der
Differentialrechnung
Monotonie und Ableitung
- 2806 notwendige Bedingung für lokale Extrema anderer Beweis
- 2807 Maximum, Minimum
- 2808 Zwischenwertsatz von Darboux
- 2810 Näherungen Newtonverfahren
- 2850 5.2f Grenzwertregel von de l'Hospital
- 2856 konvexe bzw. konkave Funktionen
- 2861 Wendepunkt, notwendige Bedingung
Trigonometrische Funktionenräume
- 2900 5.3 Der Satz von Taylor
- 2900 n-fache Nullstellen von Funktionen
- 2901 Potenzreihen und Ableitungen
- 2903 n-tes Taylorpolynom und Restglied
- 2904 Satz von Taylor
- 2912 Taylorreihe um Entwicklungspunkt x_0 .
- 2916 Hinreichende Bedingung für lokale Extrema bzw.
Wendepunkte

| | | |
|------|---------|---|
| 3000 | 5.4_5.6 | |
| 3000 | 5.4 | Gliedweises Differenzieren |
| 3000 | | Vertauschung von Grenzwertübergängen |
| 3002 | | Gliedweises differenzieren von Folgen und Reihen |
| 3007 | 5.6 | Das Argument und der Logarithmus einer komplexen Zahl |
| 3008 | | $z=r(\cos +isin)=re^i$ log z |
| 3100 | 6 | Integralrechnung3100 |
| | 6.1 | Riemannsummen und Riemannintegral Zerlegungen, Zwischenpunktvektoren |
| 3101 | | Ober-, Unterintegral |
| 3102 | | Riemann integrierbar |
| 3103 | | Verfeinerung zur Zerlegung |
| 3107 | | Ober- und Untersummen, Ober-, Unterintegral |
| 3113 | | Riemann-Integrierbarkeit und Zwischenpunktsummen |
| 3117 | | Riemann Integrierbarkeitskriterium |
| 3119 | | Fundamentalabschätzung |
| 3200 | 6.2 | Integrierbarkeit von Funktionen |
| 3200 | | Setige und monotone Funktionen R-integrierbar |
| 3204 | | Produkte, Summen integrierbarer Funktionen |
| 3202 | | Lipschitzbedingung und Integrierbarkeit |
| 3207 | | Integration über $[a,c],[c,b]$ |
| 3209 | | Mittelwertsatz der Integralrechnung |
| 3300 | 6.3 | Hauptsätze der Differenzial- und Integralrechnung |
| 3303 | | Stammfunktion |
| 3303 | | Hauptsatz der DI |
| 3307 | | $F+c$ Stammfunktion |
| 3400 | 6.4 | Weitere Ergebnisse |
| 3400 | | Partielle Integration |
| 3402 | | Substitutionsregel |
| 3409 | | Integration von Ungleichungen |
| 3410 | | Mittelwert, Mittelwertsatz der Integralrechnung |
| 3411 | | Erweiterter Mittelwertsatz der Integralrechnung |
| 3412 | | 2. Mittelwertsatz der Integralrechnung |
| 3413 | | Gliedweise Integration |
| 3500 | 6.5 | Die Partialbruchzerlegung |
| 3500 | | Fundamentalsatz der Algebra |
| 3504 | | Partialbruchzerlegung im Komplexen |
| 3507 | | Partialbruchzerlegung reeller rationaler Funktionen |

- 3600 6.6 Der Taylorsche Satz
- 3600 n fache Stammfunktion
- 3602 Satz von Taylor
- 3603 lokale Max/Min und $2n- 2n+1$ fache Differenzierung
- 3604 Taylorpolynom und Restglied
- 3606 Binominalreihe

- 3700 6.7 Uneigentliche Integrale
- 3702 Cauchy Kriterium für uneigentliche Integrale
- 3703 absolut uneigentlich integrierbar zu uneigentlichen Integralen
- 3704 absolute Konvergenz...
Konvergenz zu
Majorantenkriterium für uneigentliche Integrale
- 3705 Integralkriterium für Reihen